

Rodica Măracineanu

Daniela Boanță

Elena Țincu

Felicia Mădălina Mocanu

Vicrei Doia

Tăntica Dorela Frâncu

Monica Lucica Coadă

Nadia Grad

Alina Chiricioglu

Gabriel Vrînceanu

Ilina Dumitrescu

7

Lecția de **MATEMATICĂ**



Teorie



Aplicații

1 – Mulțimea numerelor raționale	8
Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor, opusul unui număr rațional; valoarea absolută (modulul)	8
Test – Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor, opusul unui număr rațional; valoarea absolută (modulul)	9
Operații cu numere raționale, proprietăți	10
Test – Operații cu numere raționale. Proprietăți	11
Compararea și ordonarea numerelor raționale.	12
Test – Compararea și ordonarea numerelor raționale.	13
2 – Mulțimea numerelor reale	14
Rădăcina pătrată a unui număr natural	14
Test – Rădăcina pătrată a unui număr natural	15
Algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr natural. Aproximări	16
Test 1 – Algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr natural. Aproximări.	17
Test 2 – Algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr natural. Aproximări.	18
Exemple de numere iraționale. Mulțimea numerelor reale	19
Test 1 – Exemple de numere iraționale. Mulțimea numerelor reale ..	20
Test 2 – Exemple de numere iraționale. Mulțimea numerelor reale ..	21
Modulul unui număr real. Definiție, proprietăți	22
Test – Modulul unui număr real	23
Compararea și ordonarea numerelor reale	24
Test – Compararea și ordonarea numerelor reale	25
Reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări	26
Test – Reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări	27
$N \subset Z \subset Q \subset R$	28
Test – $N \subset Z \subset Q \subset R$	29
Reguli de calcul cu radicali. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical	30
Test – Reguli de calcul cu radicali. Scoaterea factorilor de sub radical	31
Reguli de calcul cu radicali. Înmulțirea și împărțirea radicalilor	32
Test – Înmulțirea și împărțirea radicalilor	33
Operații cu numere reale (adunare, înmulțire, împărțire, ridicare la putere)	34
Test – Operații cu numere reale	35
Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$	36
Test – Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$	36
Media aritmetică a n numere reale, $n \geq 2$. Media geometrică a două numere reale pozitive	38
Test – Media aritmetică a n numere reale, $n \geq 2$. Media geometrică a două numere reale pozitive	39
3 – Calculul algebric	40
Calcule cu numere reale reprezentate prin litere: adunarea și scăderea	40
Test – Calcule cu numere reale reprezentate prin litere: adunarea și scăderea	41
Calcule cu numere reale reprezentate prin litere: înmulțire, împărțire, ridicare la putere	42
Test – Calcule cu numere reale reprezentate prin litere	43
Ordinea operațiilor în calculul cu numere reale reprezentate prin litere	44
Test – Ordinea operațiilor în calculul cu numere reale reprezentate prin litere	45
Formule de calcul prescurtat	46
Test – Formule de calcul prescurtat	47
Descompuneri în factori utilizând reguli de calcul în R	48
Test – Descompuneri în factori utilizând reguli de calcul în R	49
Rezolvarea ecuațiilor de forma $x^2 = a, x \in R$	50
Test – Rezolvarea ecuațiilor de forma $x^2 = a, x \in R$	51
4 – Ecuații și inecuații	52
Proprietăți ale relației de egalitate în mulțimea numerelor reale	52
Test – Proprietăți ale relației de egalitate în mulțimea numerelor reale ..	53
Ecuații liniare. Mulțimea soluțiilor unei ecuații. Ecuații echivalente.	54
Test – Ecuații liniare. Mulțimea soluțiilor unei ecuații. Ecuații echivalente	55
Proprietăți ale relației de inegalitate „ $\leq$ ” pe mulțimea numerelor reale	56
Test – Proprietăți ale relației de inegalitate „ $\leq$ ” pe mulțimea numerelor reale	57
Inecuații de forma $ax + b > 0$ ($<$, $\leq$, $\geq$)	58
Test – Inecuații de forma $ax + b > 0$ ($<$, $\leq$, $\geq$)	59
Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și inecuațiilor	60
Test – Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și inecuațiilor ..	61
5 – Elemente de organizare a datelor	62
Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Reprezentarea într-un sistem de axe perpendicular a unor perechi de numere întregi	62
Test – Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Reprezentarea într-un sistem de axe perpendicular a unor perechi de numere întregi	63
Distanța între două puncte din plan. Reprezentarea și interpretarea unor dependențe prin tabele, diagrame și grafice	64
Test – Distanța între două puncte din plan. Reprezentarea și interpretarea unor dependențe prin tabele, diagrame și grafice	65
Probabilitatea realizării unor evenimente	66
Test – Probabilitatea realizării unor evenimente	67
6 – Patrulater	68
Patrulatere convexe. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex	68
Test – Patrulatere convexe. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex	69
Paralelogram. Proprietăți	70
Test – Paralelogram	71
Dreptunghi. Proprietăți	72
Test – Dreptunghi.	73
Romb. Proprietăți	74
Test – Romb	75
Pătrat. Proprietăți	76
Test – Pătrat	77
Trapez. Proprietăți	78
Test – Trapez	79
Test – Trapez isoscel	80
Arii: triunghi; patrulater	81
Test 1 – Arii: triunghi; patrulater	82
Test 2 – Arii: triunghi; patrulater	84
7 – Asemănarea triunghiurilor	86
Segmente proporționale. Teorema paralelelor echidistante. Împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere (segmente) date	86
Test – Segmente proporționale. Teorema paralelelor echidistante. Împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere (segmente) date	86
Teorema lui Thales. Teorema reciprocă a teoremei lui Thales	88
Test – Teorema lui Thales. Teorema reciprocă a teoremei lui Thales ..	88
Linia mijlocie în triunghi; proprietăți. Centrul de greutate al unui triunghi	90
Test – Linia mijlocie în triunghi; proprietăți. Centrul de greutate al unui triunghi	91
Linia mijlocie în trapez. Proprietăți	92
Test – Linia mijlocie în trapez. Proprietăți	93

Triunghiuri asemenea. Teorema fundamentală a asemănării	94	Proprietatea coardelor egal depărtate de centru	120
Test – Triunghiuri asemenea		Test – Proprietatea coardelor egal depărtate de centru	121
Teorema fundamentală a asemănării	95	Unghi înscris în cerc; triunghi înscris în cerc	122
Criterii de asemănare a triunghiurilor	96	Test – Unghi înscris în cerc; triunghi înscris în cerc	123
Test – Criterii de asemănare a triunghiurilor	97	Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc	124
8 – Relații metrice în triunghiul dreptunghic	98	Test – Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc	125
Proiecții ortogonale pe o dreaptă	98	Tangente dintr-un punct exterior la un cerc	126
Test – Proiecții ortogonale pe o dreaptă	99	Test – Tangente dintr-un punct exterior la un cerc	127
Teorema înălțimii. Teorema catetei	100	Triunghi circumscris unui cerc	128
Test 1 – Teorema înălțimii. Teorema catetei	101	Test – Triunghi circumscris unui cerc	129
Test 2 – Teorema înălțimii. Teorema catetei	102	Poligoane regulate: definiție, desen	130
Teorema lui Pitagora. Teorema reciprocă a teoremei lui Pitagora	103	Test – Poligoane regulate: definiție, desen	131
Test 1 – Teorema lui Pitagora		Calculul elementelor (latură, apotemă, arie, perimetru) pentru poligonul regulat cu trei laturi – triunghi echilateral	132
Teorema reciprocă a teoremei lui Pitagora	104	Test – Calculul elementelor (latură, apotemă, arie, perimetru) pentru poligonul regulat cu trei laturi – triunghi echilateral	133
Test 2 – Teorema lui Pitagora		Calculul elementelor (latură, apotemă, arie, perimetru) pentru poligonul regulat cu patru laturi – pătrat	134
Teorema reciprocă a teoremei lui Pitagora	105	Test – Calculul elementelor (latură, apotemă, arie, perimetru) pentru poligonul regulat cu patru laturi – pătrat	135
Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic	106	Calculul elementelor (latură, apotemă, arie, perimetru) pentru poligonul regulat cu șase laturi – hexagonul regulat	136
Test – Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic	107	Test – Calculul elementelor (latură, apotemă, arie, perimetru) pentru poligonul regulat cu șase laturi – hexagonul regulat	137
Rezolvarea triunghiului dreptunghic	108	Lungimea cercului și aria discului	138
Test – Rezolvarea triunghiului dreptunghic	109	Test – Lungimea cercului și aria discului	139
9 – Cercul	110	Teze	140
Cercul: definiție; elemente în cerc: centru, rază, coardă, diametru, arc; interior, exterior; discul	110	Teza 1, Semestrul I	140
Test – Cercul: definiție; elemente în cerc: centru, rază, coardă, diametru, arc; interior, exterior; discul	111	Teza 2, Semestrul I	141
Unghi la centru; măsura arcelor; arce congruente	112	Teza 3, Semestrul al II-lea	142
Test – Unghi la centru; măsura arcelor; arce congruente	113	Teza 4, Semestrul al II-lea	143
Coarde și arce în cerc	114	10 – Indicații și răspunsuri	144
Test – Coarde și arce în cerc	115		
Proprietatea diametrului perpendicular pe o coardă	116		
Test – Proprietatea diametrului perpendicular pe o coardă	117		
Proprietatea arcelor cuprinse între coarde paralele	118		
Test – Proprietatea arcelor cuprinse între coarde paralele	119		

LBRIS

We know
books

Teorie și aplicații

We know Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor, opusul unui număr rațional; valoarea absolută (modulul)

- **Identificarea** caracteristicilor numerelor raționale și a formelor de scriere a acestora în contexte variate.
- **Aplicarea** regulilor de calcul cu numere raționale, a estimărilor și a aproximărilor pentru rezolvarea unor exerciții.

Noțiuni-cheie: număr rațional, fracție zecimală, fracție ordinară, fracție reductibilă, axa numerelor, opusul numărului rațional, parte întreagă, parte fracționară, modulul unui număr rațional.

Acțiuni-cheie: scrierea unui număr rațional; aplicarea formulelor de transformare a fracțiilor zecimale în fracții ordinare; aplicarea definiției modulului unui număr rațional pentru exerciții numerice; utilizarea proprietăților modulului pentru efectuarea de calcule; reprezentarea pe axă a numerelor raționale; utilizarea proprietăților părții întregi sau părții fracționare; exemplificarea de numere prin utilizarea noțiunii de opus al unui număr; aplicarea unui procedeu-tip pentru determinarea unei fracții reductibile.

Breviar teoretic

Reprezentarea pe axă a numerelor raționale

Definiție: Un număr rațional se poate exprima printr-un cât neefectuat, $a : b$, fie printr-o fracție ordinară, $\frac{a}{b}$, fie printr-o fracție zecimală finită sau periodică (câtul efectuat al numerelor întregi a și b , cu b nenul).

Mulțimea numerelor raționale se notează cu $\mathbb{Q}$, astfel definim: $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0, (a, b) = 1 \right\}$

Mulțimea numerelor raționale pozitive o notăm cu $\mathbb{Q}_+$ și o definim: $\mathbb{Q}_+ = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a, b \geq 0, b \neq 0, (a, b) = 1 \right\}$

Mulțimea numerelor raționale negative o notăm cu $\mathbb{Q}_-$ și o definim ca fiind: $\mathbb{Q}_- = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a, b < 0, (a, b) = 1 \right\}$

Dacă $a \in \mathbb{Z}$, atunci $\frac{a}{1} = a$. Deci avem $a \in \mathbb{Q}$ și atunci $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Deoarece știm că $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$, iar acum am învățat că $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ obținem incluziunea $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Definiție: Numim axa numerelor o dreaptă pe care fixăm un punct, numit origine, o unitate de măsură și un sens pozitiv.

Fiecărui număr rațional îi corespunde un unic punct pe axa numerelor.

Formulele de transformare a fracțiilor zecimale în fracții ordinare:

a) transformarea fracțiilor zecimale în fracții ordinare: $\overline{a_0, a_1 a_2 \dots a_n} = \frac{a_0 a_1 \dots a_n}{10^n}$

b) transformarea fracțiilor zecimale periodice simple în fracții ordinare: $\overline{a_0, (a_1 a_2 \dots a_q)} = a_0 + \frac{a_1 a_2 \dots a_q}{\underbrace{999 \dots 9}_{q \text{ cifre}}}$

c) transformarea fracțiilor zecimale periodice mixte în fracții ordinare:

$$\overline{a_0, a_1 a_2 a_3 \dots a_p (b_1 b_2 \dots b_q)} = a_0 + \frac{a_1 a_2 a_3 \dots a_p b_1 b_2 b_3 \dots b_q - a_1 a_2 a_3 \dots a_p}{\underbrace{999 \dots 9000 \dots 0}_{q \text{ cifre de 9 și } p \text{ cifre de 0}}}$$

Partea întreagă a unui număr rațional x este acel număr întreg notat $[x]$, astfel încât să avem $[x] \leq x < [x] + 1$.

Numărul $x - [x]$ se numește partea fracționară a numărului rațional x și se notează cu $\{x\}$.

Pentru orice număr rațional x , avem $0 \leq \{x\} < 1$.

Oricare ar fi numărul rațional x , avem $x = [x] + \{x\}$.

Orice număr rațional pozitiv se reprezintă printr-o fracție zecimală de forma $x = \overline{a_0, a_1 a_2 a_3 \dots}$ unde a_0 este partea întreagă a lui x și se notează cu $[x]$, iar $0, a_1 a_2 a_3 \dots$ este partea fracționară a lui x și se notează cu $\{x\}$.

Subiectul I. Scrieți doar rezultatul final. (30 p.)

- 5p** 1. Frația $\frac{5}{8}$ se scrie sub formă de fracție zecimală astfel
- 5p** 2. Frația zecimală 3,(459) se scrie sub formă de fracție ordinară astfel
- 5p** 3. Partea întreagă a numărului 1,43 este
- 5p** 4. Partea fracționară a numărului $-3,25$ este
- 5p** 5. Fie mulțimea $A = \left\{ -\frac{4}{9}; \frac{1}{6}; -\frac{3}{8}; -0,8, 0, (6); -9; \frac{1}{0,(3)}; \frac{1}{0,125}; \frac{-14}{7}; \frac{18}{3}; (-2)^2 \right\}$
 $A \cap N = \dots$
- 5p** 6. Numerele întregi n pentru care $|n| \leq 5$ sunt egale cu

Subiectul al II-lea. Scrieți rezolvările complete. (30 p.)

- 5p** 1. Determinați $x \in \mathbb{Q}$ pentru care: $|x - 1| = \frac{1}{2}$
- 5p** 2. Care este a 2015-a zecimală a numărului 1,432(867).
- 5p** 3. Reprezentați pe axă numerele raționale care satisfac relațiile:
- 5p** a) $|x| = 3$
- 5p** b) $|x| = \frac{1}{2}$
- 5p** c) $|x| = 1$
- 5p** d) $|x| = \frac{2}{5}$

Subiectul al III-lea. Scrieți rezolvările complete. (30 p.)

- 5p** 1. Se dau mulțimile: $A = \{3, 4, 5\}$ și $B = \{0, 2, -3\}$.
- 5p** a) Reprezentați pe axă elementele celor două mulțimi de mai sus.
- 5p** b) Determinați mulțimea $H = \{|x| + |y| \mid x \in A, y \in B\}$.
- 5p** c) Determinați mulțimea $S = \left\{ \left| \frac{x}{y} \right| \mid x \in B, y \in A \right\}$.
- 5p** 2. Se dă fracția $\frac{2x+3}{5x+4}$, x număr întreg.
- 5p** a) Determinați forma generală a lui x pentru care fracția este reductibilă.
- 5p** b) Determinați forma generală a lui x pentru care fracția este ireductibilă.
- 5p** c) Calculați suma celor mai mici 99 de numere naturale nenule x pentru care fracția $\frac{2x+3}{5x+4}$ este reductibilă.

- **Identificarea** caracteristicilor numerelor raționale și a formelor de scriere a acestora în contexte variate.
- **Utilizarea** proprietăților operațiilor în efectuarea calculelor cu numere raționale.
- **Determinarea** regulilor eficiente de calcul în efectuarea operațiilor cu numere raționale.
- **Interpretarea** matematică a unor probleme practice prin utilizarea operațiilor cu numere raționale și a ordinii efectuării operațiilor.

Noțiuni-cheie: număr rațional, inversul unui număr rațional, distributivitate, semn.

Acțiuni-cheie: utilizarea proprietăților operațiilor în efectuarea calculelor cu numere raționale; utilizarea regulilor de semn; recunoașterea și exemplificarea de numere prin utilizarea noțiunii de invers asociată unui număr rațional, rezolvarea de exerciții care implică noțiunile-cheie.

Breviar teoretic

Adunarea numerelor raționale. Proprietăți

Prin adunarea a două numere raționale a și b se obține un număr rațional, notat $a + b$, numit suma numerelor a și b . Numerele a și b se numesc termenii sumei.

Pentru a aduna două numere raționale, procedăm astfel:

- dacă a și b au același semn, se adună modulele lor și se scrie în fața rezultatului semnul comun;
- dacă a și b au semne diferite, se scad modulele lor (din cel mai mare pe cel mai mic) și se scrie în fața rezultatului semnul numărului cu modulul mai mare.

În mulțimea numerelor raționale:

- adunarea este asociativă: $(a + b) + c = a + (b + c)$;
- 0 este element neutru față de adunare: $a + 0 = 0 + a = a$;
- pentru oricare a există $-a$, opusul lui a , astfel încât: $a + (-a) = (-a) + a = 0$;
- adunarea este comutativă: $a + b = b + a$, pentru $a, b, c \in \mathbb{Q}$.

Scăderea numerelor raționale

- prin scăderea a două numere raționale a și b se obține un număr rațional c , notat $a - b$, pentru care $a = b + c$.
- c se numește diferența numerelor a și b , iar a este descăzutul și b este scăzătorul.
- diferența a două numere raționale se efectuează adunând descăzutul cu opusul scăzătorului: $a - b = a + (-b)$.
- o succesiune de adunări și de scăderi de numere se numește sumă algebrică.

Înmulțirea numerelor raționale. Proprietăți

- prin înmulțirea a două numere raționale a și b se obține un număr rațional, notat $a \cdot b$; a și b se numesc factorii produsului.
- dacă $a = 0$ sau $b = 0$, atunci $a \cdot b = 0$.
- dacă a și b au același semn, atunci $a \cdot b = |a| \cdot |b|$.
- dacă a și b au semne diferite, atunci $a \cdot b = -(|a| \cdot |b|)$.
- produsul dintre un număr a și -1 este opusul numărului a , $a \cdot (-1) = -a$, pentru orice număr rațional a .

În mulțimea numerelor raționale, înmulțirea are următoarele proprietăți:

- este comutativă: $a \cdot b = b \cdot a$;
- este asociativă: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$;
- 1 este element neutru față de înmulțire: $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$;
- este distributivă față de adunare și față de scădere:
 $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ și $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{Q}$.

Împărțirea numerelor raționale. Proprietăți

- Dacă $a, b \in \mathbb{Z}^*$, numărului rațional $\frac{a}{b}$ i se asociază numărul rațional $\frac{b}{a}$, numit **inversul** numărului $\frac{a}{b}$.

Se notează $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$.

- Dacă p și q sunt numere raționale și $q \neq 0$, câtul dintre p și q , notat $p : q$, este acel număr rațional c , pentru care $p = q \cdot c$, unde p este deîmpărțitul și q este împărțitorul.
- Împărțirea a două numere raționale se efectuează înmulțind deîmpărțitul cu inversul împărțitorului.
- Produsul dintre un număr și inversul lui este egal cu 1.

Subiectul I. Scrieți doar rezultatul final. (30 p.)

- 5p** 1. Valoarea numărului $n = \frac{83}{101} - \frac{53}{101} + \frac{70}{101}$ este egală cu
- 5p** 2. Dacă $a = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{3}$, atunci a^{-2} este egal cu
- 5p** 3. Se dă numărul $a = (-0,75) / \left(-1\frac{11}{16}\right)$. Determinați a^{-1} .
- 5p** 4. Calculați: **a)** $\frac{5}{6} - \frac{3}{7} + \frac{9}{14}$; **b)** $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{16}{27} \cdot \left(-\frac{9}{8}\right)$.
- 5p** 5. Se dau numerele $a = \left(-\frac{5}{12}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)$ și $b = \left(-2\frac{6}{15}\right) \cdot \left(-3\frac{3}{5}\right)$. Calculați $a \cdot b$.
- 5p** 6. Verificați proprietatea de distributivitate a înmulțirii față de adunare, $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ pentru $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{2}{3}$, $c = \frac{1}{4}$.

Subiectul al II-lea. Scrieți rezolvările complete. (30 p.)

- 5p** 1. Calculați: $\left[\frac{3}{5} - \left(1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{8}{15}\right]^{-1}$.
- 5p** 2. Efectuați: $\left(\frac{8}{9}\right) \cdot \left(\frac{63}{64}\right) + \frac{8}{13} \cdot \left(-\frac{39}{2}\right)$.
- 5p** 3. Se dă numărul $a = (-0,75) / \left(-1\frac{11}{16}\right)$. Determinați a^{-1} .
- 5p** 4. Calculați: **a)** $\frac{5}{6} - \frac{3}{7} + \frac{9}{14}$; **b)** $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{16}{27} \cdot \left(-\frac{9}{8}\right)$.
- 5p** 5. Se dau numerele $a = \left(-\frac{5}{12}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)$ și $b = \left(-2\frac{6}{15}\right) \cdot \left(-3\frac{3}{5}\right)$. Calculați $a \cdot b$.
- 5p** 6. Verificați proprietatea de distributivitate a înmulțirii față de adunare:
 $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ pentru $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{2}{3}$, $c = \frac{1}{4}$.

Subiectul al III-lea. Scrieți rezolvările complete. (30 p.)

- 15p** 1. Se dau numerele $a = 0,75 \cdot \left(-\frac{16}{15}\right)$ și $b = 1\frac{1}{3} : (-0,4)$. **a)** Calculați numerele a și b .
b) Determinați $(a \cdot b)^{-1}$. **c)** Calculați $(a + b)(a - b)$.
- 15p** 2. La un supermarket urmează a fi completate etichetele alăturate pentru a fi afișate:
- | | | |
|---|---|---|
| A Carne de vită
Greutate netă:
Preț: 39,65 lei
Preț per kg: 15,25 lei | B Pastramă de oaie
Greutate netă: 1500 g
Preț: ... lei
Preț per kg: 14,98 lei | C Suc de roșii
Greutate netă: 450 g
Preț: 1,62 lei
Preț per kg: ... lei |
|---|---|---|
- a)** Cât va plăti Ionescu la casă dacă ia câte un produs corespunzător fiecărei etichete?
b) Cât va plăti Popescu la casă dacă ia câte 2 produse cu eticheta A, 3 produse cu eticheta B și 4 produse eticheta C?

- **Identificarea** caracteristicilor numerelor raționale și a formelor de scriere a acestora în contexte variate.
- **Aplicarea** regulilor de calcul cu numere raționale, a estimărilor și a aproximărilor pentru rezolvarea unor exerciții.
- **Utilizarea** proprietăților operațiilor în efectuarea calculelor cu numere raționale.
- **Caracterizarea** mulțimilor de numere și a relațiilor dintre acestea utilizând limbajul logicii matematice și teoria mulțimilor.
- **Determinarea** regulilor eficiente de calcul în efectuarea operațiilor cu numere raționale.

Noțiuni-cheie: ordine crescătoare, ordine descrescătoare, fracție ordinară, comparare, încadrare.

Acțiuni-cheie: aplicarea regulilor de calcul cu numere raționale a estimărilor și a aproximărilor pentru rezolvarea unor exerciții; transformări ale fracțiilor zecimale în fracții ordinare și invers; încadrarea unui număr rațional între două numere întregi consecutive; determinarea regulilor eficiente de calcul în efectuarea operațiilor cu numere raționale.

Breviar teoretic

Cum comparăm două sau mai multe numere raționale?

- Spunem că a este mai mic decât b (sau că b este mai mare decât a) și notăm $a < b$ (sau $b > a$), dacă există un număr rațional pozitiv c , astfel încât $a + c = b$.
- Dacă $a < b$ sau $a = b$, spunem că a este mai mic sau egal cu b (sau că b este mai mare sau egal cu a) și scriem $a \leq b$ (sau $b \geq a$).

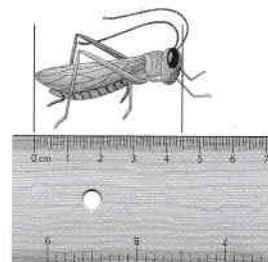
Ordonare

- Se aduc fracțiile la același numitor, iar fracția mai mare va fi cea cu numărătorul mai mare.
- Se aduc fracțiile la același numărător, iar fracția mai mare va fi cea cu numitorul mai mic.

Știați că...

➤ Pitagora considera cunoștințele muzicale ca făcând parte din domeniul matematicii și, în mod special, din teoria numerelor. Sunetele armonioase, spunea Pitagora, sunt produse de rapoartele exprimate în numere întregi. Cu cât valoarea numerică a raportului este mai mică, cu atât sunetul este mai frumos!

➤ Folosind o riglă poți indica lungimea insectei ilustrată alăturat, exprimată în centimetri. Efectuează și alte măsurători, apoi compară valorile obținute.



Subiectul I. Scrieți doar rezultatul final. (30 p.)

- 5p** 1. Numerele $-\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; \frac{9}{4}; \frac{10}{3}$ sunt scrise în ordine
- 5p** 2. Numărul 8,9 este încadrat între ... și
- 5p** 3. Numărul rațional $\frac{3}{4}$ este mai ... decât $\frac{11}{2}$.
- 5p** 4. Numerele $\frac{7}{2}; \frac{8}{3}; \frac{1}{2}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{3}; -\frac{8}{5}$ sunt scrise în ordine
- 5p** 5. Puneți unul dintre simbolurile „<”, „>” sau „=” pentru a obține propoziția adevărată $-\frac{2}{5} \dots \frac{1}{3}$.
- 5p** 6. Numărul 1,275 transformat în fracție ordinară este

Subiectul al II-lea. Scrieți rezolvările complete. (30 p.)

- 5p** 1. Comparați numerele: a) $\frac{4}{7}$ cu $\frac{7}{3}$; b) $-\frac{3}{5}$ cu $\frac{9}{4}$.
- 5p** 2. Scrieți în ordine crescătoare următoarele numere: $\frac{1}{7}; \frac{3}{2}; \frac{9}{2}; \frac{-5}{-2}; \frac{1}{5}$.
3. Încadrați fiecare număr rațional între două numere întregi consecutive:
- 5p** a) $\dots < 6,2 < \dots$ b) $\dots < -0,5 < \dots$
- 5p** 4. Determinați cardinalul mulțimii $A = \{n \in \mathbb{Z} \mid n < 100, |n| = n\}$.
- 5p** 5. Scrieți cinci numere raționale cu trei zecimale, cuprinse între numerele: 3,75 și 3,78.
- 5p** 6. Care dintre numerele următoare este mai apropiat de -10 ?
 $-10,01; -9,99; -10,1; -9,998; -10,014; -10,001$.

Subiectul al III-lea. Scrieți rezolvările complete. (30 p.)

1. Se dau numerele $-\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}; 0; \frac{3}{4}; x; \frac{5}{6}; y; 1$.
- 5p** a) Precizați trei valori ale lui x , astfel încât numerele de mai sus să fie scrise în ordine crescătoare.
- 5p** b) Precizați trei valori ale lui y , astfel încât numerele date să fie scrise în ordine crescătoare.
- 5p** c) Ce se întâmplă dacă $x = y$? Cum se rescrie șirul de numere?
2. Determinați $n \in \mathbb{N}$ știind că:
- 5p** a) $\frac{1}{10} < \frac{5}{7n+3} < \frac{1}{6}$;
- 5p** b) $\frac{1}{9} < \frac{3}{n^2} < \frac{10}{9}$;
- 5p** c) $\frac{1}{4} < \frac{(n+1)^2}{24} < \frac{5}{3}$.

- **Identificarea** caracteristicilor numerelor reale și a formelor de scriere a acestora în contexte variate.
- **Aplicarea** regulilor de calcul cu numere reale, a estimărilor și a aproximărilor, pentru rezolvarea unor ecuații.
- **Utilizarea** proprietăților operațiilor în efectuarea calculelor cu numere reale.
- **Interpretarea** matematică a unor probleme practice prin utilizarea operațiilor cu numere reale și a ordinii efectuării operațiilor.

Noțiuni-cheie: pătrat perfect, rădăcină pătrată, radical.

Acțiuni-cheie: identificarea pătratelor perfecte, scrierea și citirea relațiilor matematice corespunzătoare definiției și proprietăților rădăcinii pătrate, aplicarea în rezolvarea problemelor a definiției și a proprietăților rădăcinii pătrate.

Breviar teoretic

Definiție: Rădăcina pătrată a unui număr a pozitiv este un număr pozitiv care, ridicat la puterea a doua, este egal cu numărul a .

Rădăcina pătrată a numărului a se notează $\sqrt{a}$.

Definiție: Un număr natural este pătrat perfect dacă se poate scrie sub forma n^2 , unde n este un număr natural. Orice pătrat perfect mai mare decât 1 se poate scrie ca un produs de puteri de numere prime cu exponent par.

Exemple:

- 1) $1^2 = 1$ rezultă: $\sqrt{1} = 1$; rădăcina pătrată a lui 1 este 1;
- 2) $2^2 = 4$ rezultă: $\sqrt{4} = 2$; rădăcina pătrată a lui 4 este 2;
- 3) $3^2 = 9$ rezultă: $\sqrt{9} = 3$; rădăcina pătrată a lui 9 este 3;
- 4) $4^2 = 16$ rezultă: $\sqrt{16} = 4$; rădăcina pătrată a lui 16 este 4.

Proprietăți:

$$(\sqrt{a})^2 = a; \sqrt{a} \geq 0; \sqrt{a^2} = |a|.$$

Știați că...

- În matematică, dacă ordinul unui radical nu este precizat, atunci este vorba implicit de radicalul de ordinul 2, denumit și rădăcină pătrată.
- Ultima cifră a unui pătrat perfect este doar una dintre cifrele 0, 1, 4, 5, 6, 9.
- Pentru a arăta că un număr nu este pătrat perfect mai putem arăta că el este cuprins între două pătrate de numere consecutive.
- Între n^2 și $(n+1)^2$ există $2 \cdot n$ numere naturale, unde „ n ” este număr natural oarecare.

Subiectul I. Scrieți doar rezultatul final. (30 p.)

- 5p** 1. Adevărat sau fals? 4 are două rădăcini pătrate: 2 și -2 .
- 5p** 2. Adevărat sau fals? Numărul $\sqrt{-25}$ nu există.
- 5p** 3. Calculați: $\sqrt{1} + \sqrt{9} + \sqrt{144} + \sqrt{169}$.
- 5p** 4. Calculați: $\frac{\sqrt{841} - \sqrt{81}}{\sqrt{25}}$.
- 5p** 5. Efectuați: 11^2 , 111^2 , 1111^2 și analizați rezultatele.
- 5p** 6. Folosind exercițiul anterior, calculați rădăcinile pătrate: $\sqrt{12321}$, $\sqrt{1234321}$, $\sqrt{123454321}$.

Subiectul al II-lea. Scrieți rezolvările complete. (30 p.)

- 5p** 1. Extrageți rădăcina pătrată descompunând numărul de sub radical în factori primi:
 $\sqrt{1296}$, $\sqrt{3025}$.
- 5p** 2. Aceeași cerință pentru numerele: $\sqrt{6561}$, $\sqrt{5625}$.
- 5p** 3. Stabiliți dacă numărul 4^{2n+1} este pătrat perfect.
- 5p** 4. Calculați $\sqrt{4^{2n+1}}$.
- 5p** 5. Două grădini au aceeași suprafață. Una este pătrată, iar cealaltă dreptunghiulară, cu dimensiunile de 27 m și 75 m. Determinați latura grădinii pătrate.
- 5p** 6. Lățimea unui dreptunghi este $\frac{3}{4}$ din lungimea acestuia. Calculați dimensiunile dreptunghiului știind că aria lui este 2187 cm^2 .

Subiectul al III-lea. Scrieți rezolvările complete. (30 p.)

1. Arătați că următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:
- 5p** a) $2017^4 + 2016^3$, $n \in \mathbb{N}$;
- 5p** b) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 25$;
- 5p** c) $\overline{66\dots 6}$, unde cifra 6 apare de 100 de ori.
2. Arătați că următoarele numere sunt pătrate perfecte:
- 5p** a) 17^{n^2-n} ;
- 5p** b) $324^{2015} \cdot 361^{2017} \cdot 529^{2017}$;
- 5p** c) $3^{2k+3} \cdot 5^{2k} - 2 \cdot 15^{2k}$.